



Accélération et asymétrie

Alexis de Saint-Ours

(RESHEIS - Paris 7)

Plan

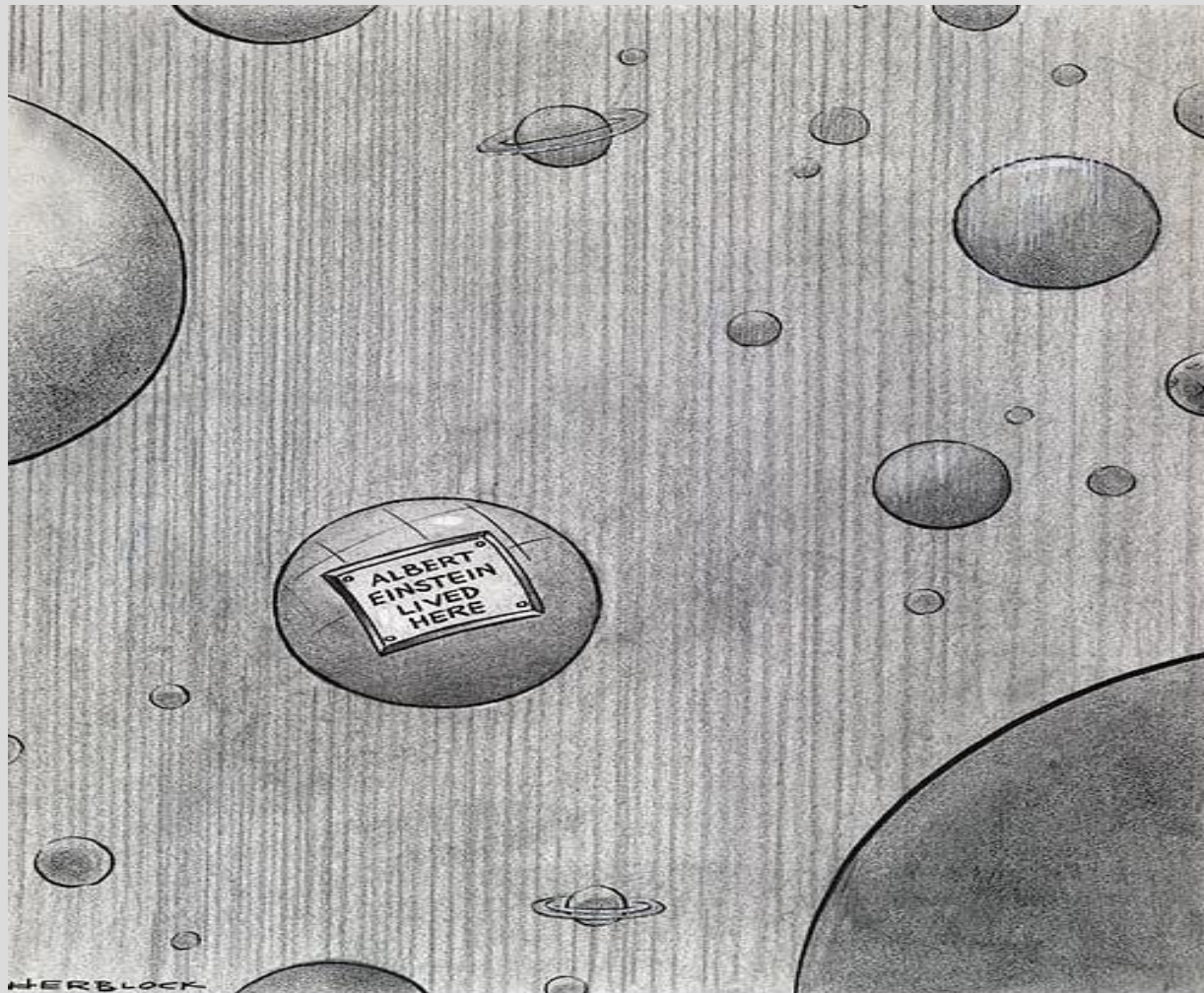
- Rappels de RR
- Le paradoxe
- Sa résolution
- Que se passe-t-il au point de rebroussement ?

- Jumeaux : horloges synchronisées
- "*Sous le nom de "paradoxe des horloges", on désigne cette comparaison des temps propres de deux observateurs qui ont été, momentanément, attachés à des systèmes galiléens différents et qui effectuent finalement, dans un même système de référence, la comparaison de leurs vieillissements respectifs. »*
 - Tonnelat (1971)

Rappels de RR

- Relativité de la simultanéité.
 - Deux événements simultanés dans un référentiel R ne le sont pas dans un référentiel R' en mouvement rectiligne uniforme par rapport à R . Chaque système de référence a son temps propre.

Einstein 1905



La théorie de la relativité restreinte

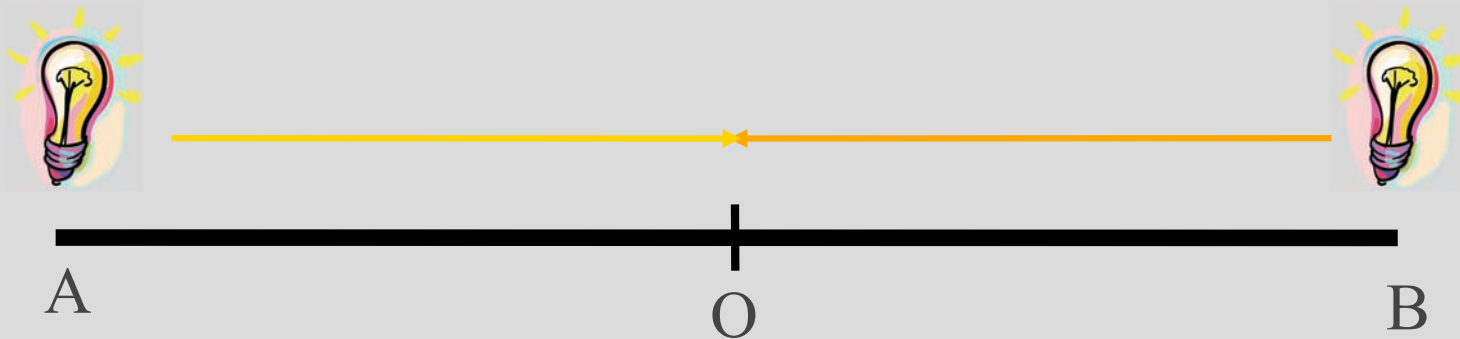
- Qu'est-ce qu'une vitesse ? Une notion qui mobilise espace et temps :
 - $V = \text{Longueur} / \text{temps}$
- Nos conceptions de l'espace et du temps sont à revoir si nous voulons comprendre pourquoi la lumière ne s'additionne pas classiquement

La relativité restreinte

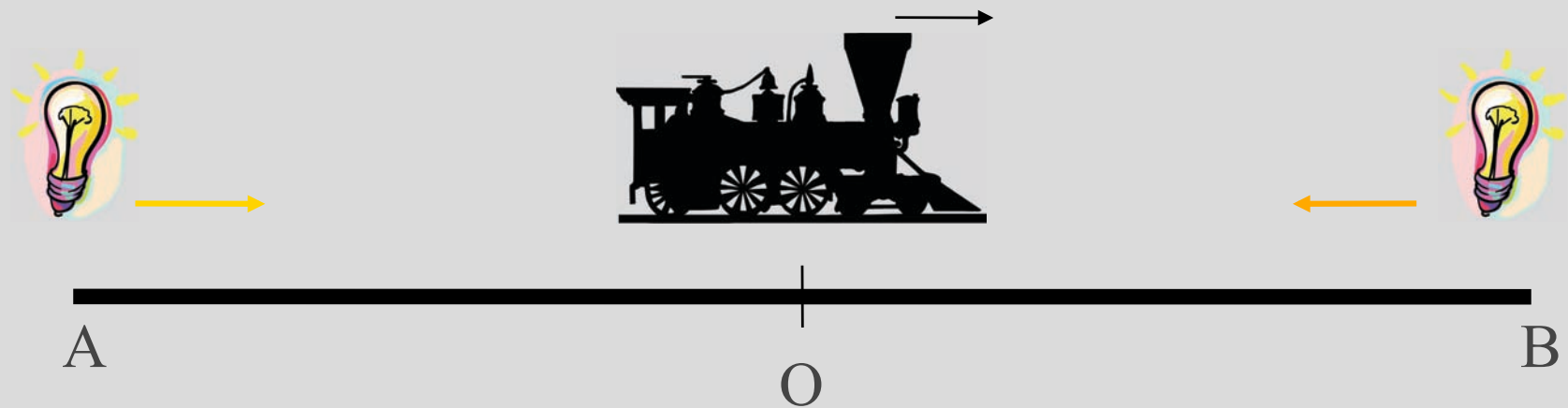
- La théorie de la relativité restreinte remet en cause :
 - La notion de temps absolu, c'est-à-dire notre croyance à un temps unique partagé par tous

La relativité de la simultanéité

- expérience de pensée :
 - Soit un observateur de la voie situé à mi chemin entre deux lampes :

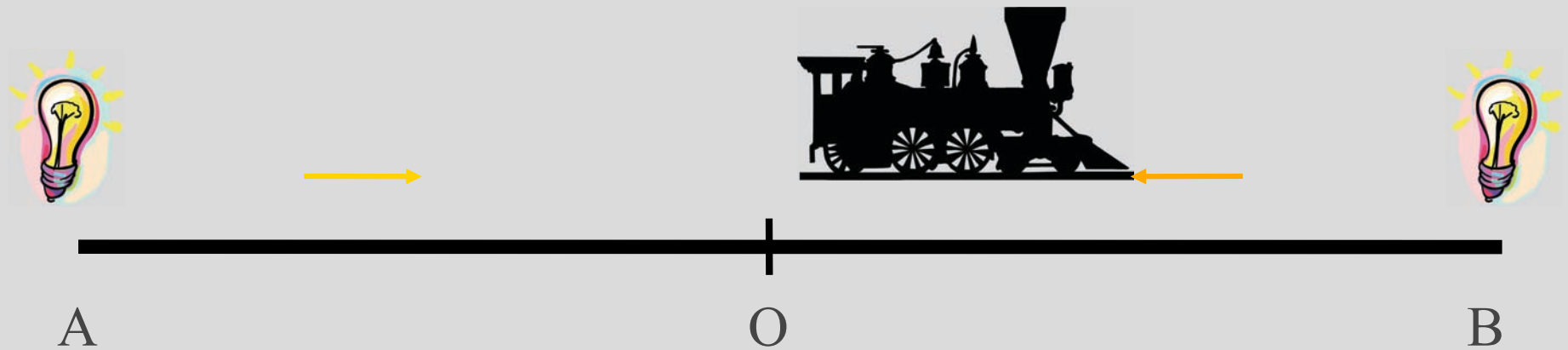


Relativité de la simultanéité (suite)



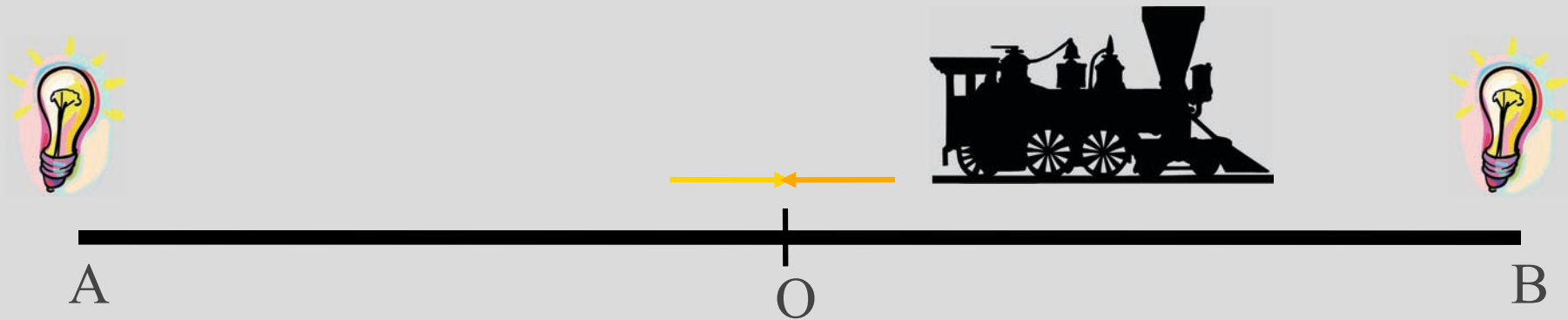
Relativité de la simultanéité (suite)

- le rayon lumineux issu de B atteint la locomotive :



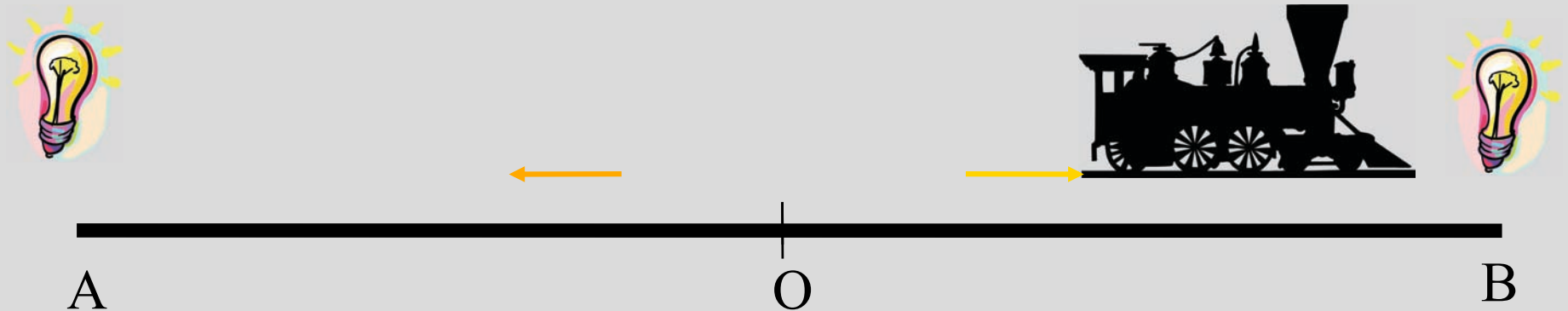
Relativité de la simultanéité (suite)

- les rayons A et B atteignent simultanément l'observateur O



Relativité de la simultanéité (suite)

- Enfin le rayon lumineux issu de A atteint la locomotive



Relativité de la simultanéité (suite)

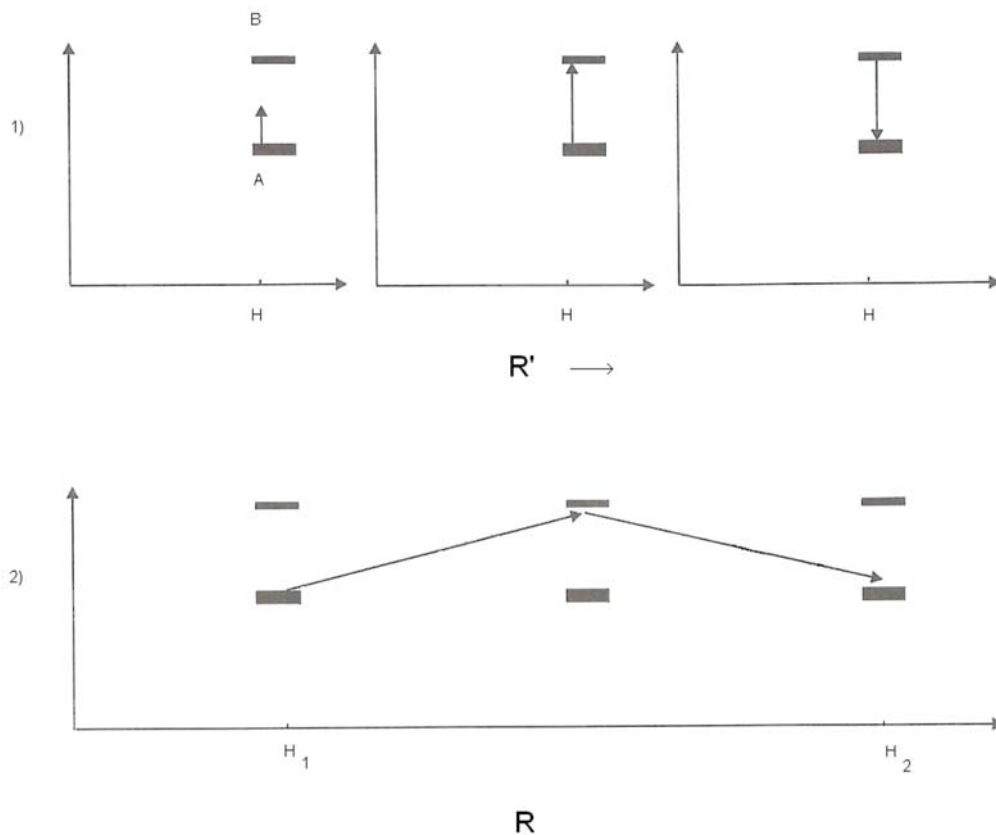
- Au terme de l'expérience :
 - O, observateur de la voie va conclure que les deux lampes se sont allumées en même temps
 - Par contre un observateur du train va conclure que la lampe B s'est allumée avant la lampe A
 - Qui a raison ?
 - Les deux !

Relativité de la simultanéité (suite)

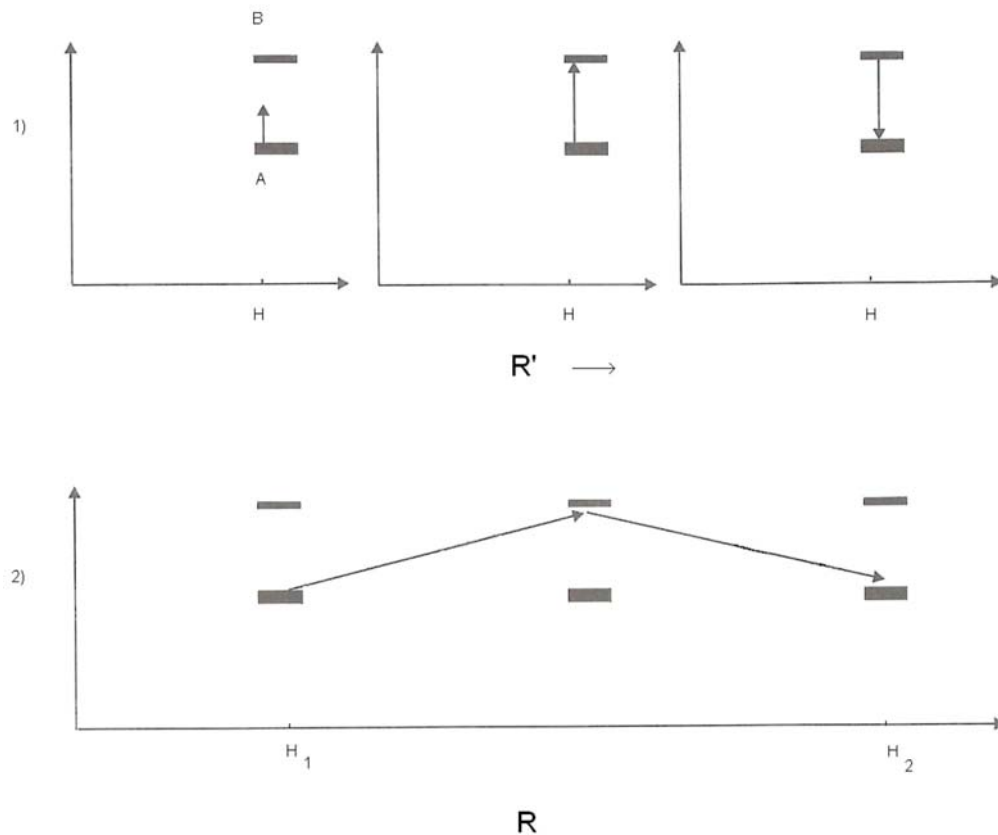
- Les deux ont raison car ils savent qu'il n'y a pas de différence entre le mouvement rectiligne uniforme et le repos !
- Si les deux ont raison, il faut bien admettre que la notion de temps n'a de sens que relativement à un système de référence
- La notion de temps absolu doit être abandonnée : chaque système de référence a son temps propre

Temps propre et temps impropre

- 2 réf : R et R' en mvt rect unif rel
- R' est équipé d'un dispositif lumineux qui lui permet de déf une unité de temps par l'ar d'un rayon lumineux

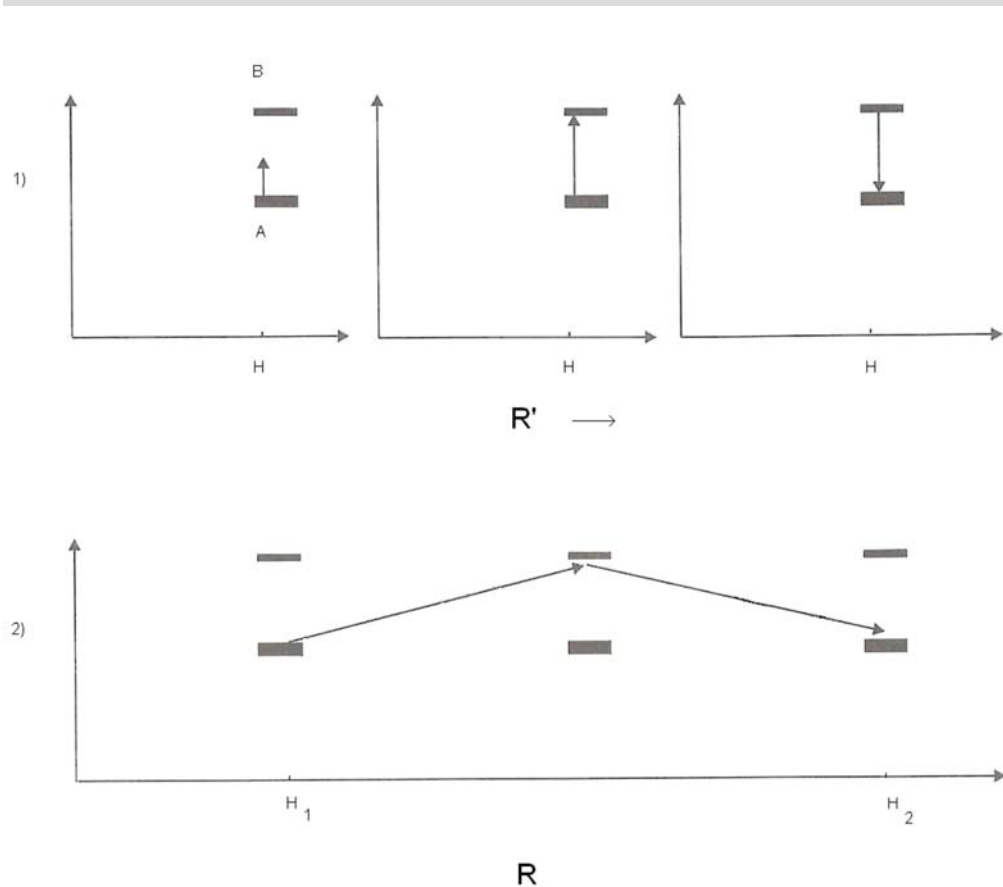


Temps propre et temps impropre



- Du point de vue de R , le dispositif est en mvt et l'ar du rayon lumineux est une ligne brisée
- R et R' mesurent une même valeur pour c

Temps propre et temps impropre



- Un observateur de R mesure donc un plus grand intervalle de temps qu'un observateur de R' entre l'aller et le retour du rayon lumineux.
- Si dans R', l'aller retour a duré une seconde, dans R, il s'est écoulé plus d'une seconde.
- Pythagore ou Lorentz
 - Les deux intervalles de temps sont liés par la relation

$$\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Temps propre et temps impropre

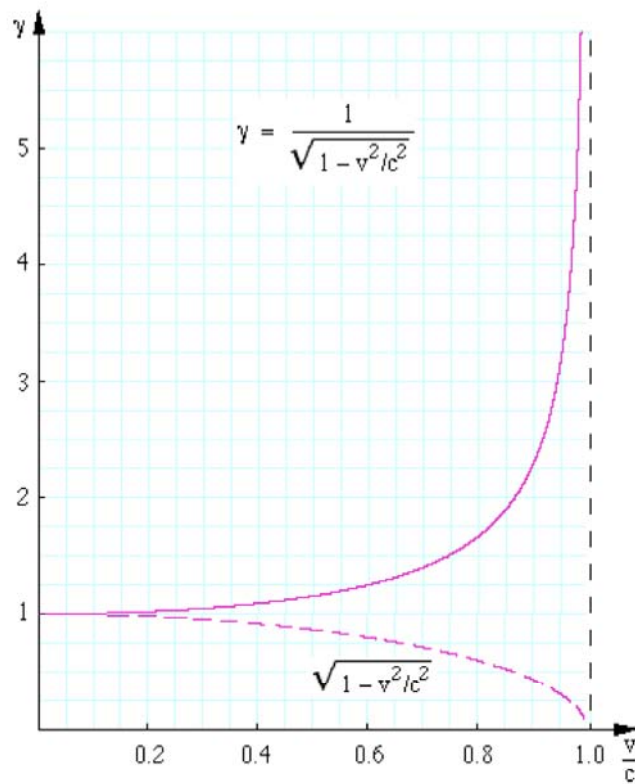


Figure 1

- $\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$
- Ou encore $\Delta t = \gamma \Delta t'$
- Puisque $\gamma > 1$, $\Delta t > \Delta t'$
- La durée $\Delta t'$ est mesurée par une seule horloge, c'est une durée propre. Par contre la durée Δt est mesurée par deux horloges distinctes, H_1 et H_2 . C'est une durée impropre. Ce phénomène est improprement nommé *dilatation des temps* ou encore *ralentissement des horloges mobiles*

Temps propre et temps impropre

- Conformément au ppe de relativité, c'est un phénomène réciproque. L'équation $\Delta t \not\Rightarrow \Delta t'$ ne signifie pas que les horloges de R' retardent parce qu'elles sont en mouvement par rapport à R. Ce serait attribuer des propriétés au mouvement rectiligne uniforme capables de le mettre en évidence, contrairement au principe de relativité. On peut seulement dire *qu'une horloge de R' retarde quand ses indications sont comparées à celles des horloges de R.*
- Afin de comprendre la nature de la réciprocité, on considère toujours R' en mouvement rectiligne uniforme par rapport à R et selon la direction (Ox). Cette fois-ci, on suppose que R est équipé du même dispositif d'envoi et de réception d'éclairs que R' et que l'axe (O'x') est équipé à intervalles réguliers d'horloges. Entre l'émission et la réception d'un éclair lumineux, le temps propre mesuré par l'horloge de R sera plus court que le temps impropre mesuré par au moins deux horloges de R'. Voilà le sens de la réciprocité du phénomène de « dilatation des durées. » Une horloge de R' retarde quand ses indications sont comparées à celles des horloges de R. Réciproquement, une horloge de R retarde quand ses indications sont comparées à celles des horloges de R'.

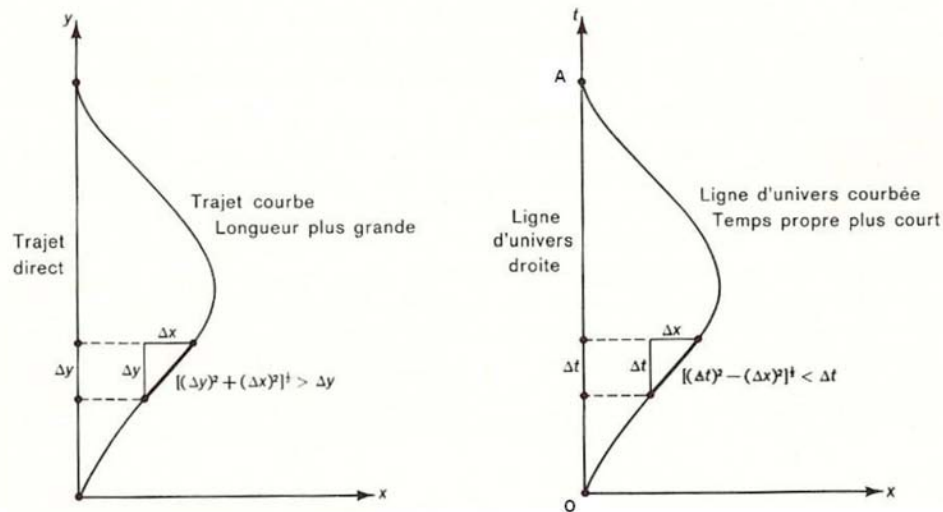
La simultanéité est définie de façon conventionnelle

- Synchronisation des horloges ?
- Soit une horloge étalon placée à l'origine O d'un référentiel d'inertie et une horloge placée en un point M du même référentiel.
- Synchronisons les deux horloges à l'aide d'un signal qui ira porter l'heure de l'horloge O à l'horloge M.
- Il faut pour cela tenir compte de la durée de transmission des signaux utilisés.
- Supposons qu'un signal est émis de O à l'instant t_1 (mesuré par l'horloge de O), qu'il parvienne à l'instant t_2 (mesuré par l'horloge de M) pour être réémis vers O où il parvient à l'instant t_3 (mesuré par l'horloge de O). Si V_1 et V_2 sont les vitesses de propagation du signal le long des chemins OM et MO, alors les deux horloges sont synchronisées à la condition que :
 - $t_2 = t_1 + L/V_1 = t_3 - L/V_2$ où L est la distance entre les deux horloges

La simultanéité est définie de façon conventionnelle

- Le problème est qu'il est impossible de mesurer V_1 et V_2 si préalablement les deux horloges O et M n'ont pas été synchronisées. Une solution consiste alors à poser $V_1 = V_2 = V = 2L/t_3 - t_1$, ce qui donne
 - $t_2 = t_1 + t_3/2$
- Cette dernière équation consiste à implicitement admettre que $V_1 = V_2$. Or pour supposer cela, il faut préalablement connaître la valeur de ces vitesses, ce qui suppose que l'on dispose d'horloges synchronisées.
- Cercle :
 - La synchronisation de deux horloges suppose que l'on connaisse au préalable la vitesse du signal mais connaître la vitesse de ce signal suppose l'utilisation d'horloges synchronisées
- La simultanéité est donc définie de façon conventionnelle.
- Convention d'Einstein. $V_1 = V_2$. La vitesse de la lumière est isotrope et
 - $t_2 = t_1 + t_3/2$

Espace-temps



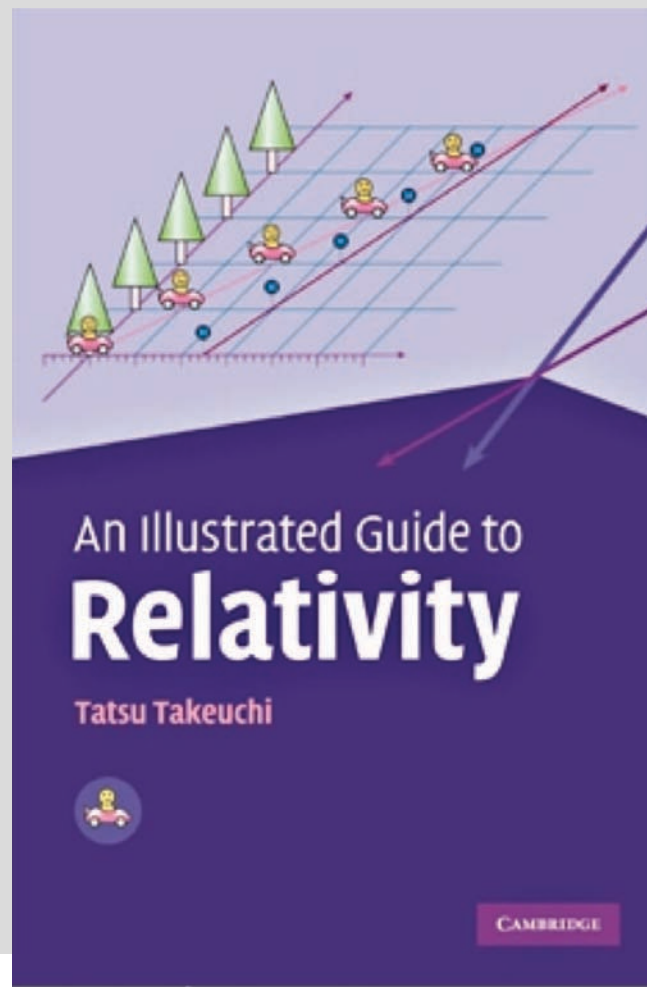
cf. Taylor & Wheeler (1970)

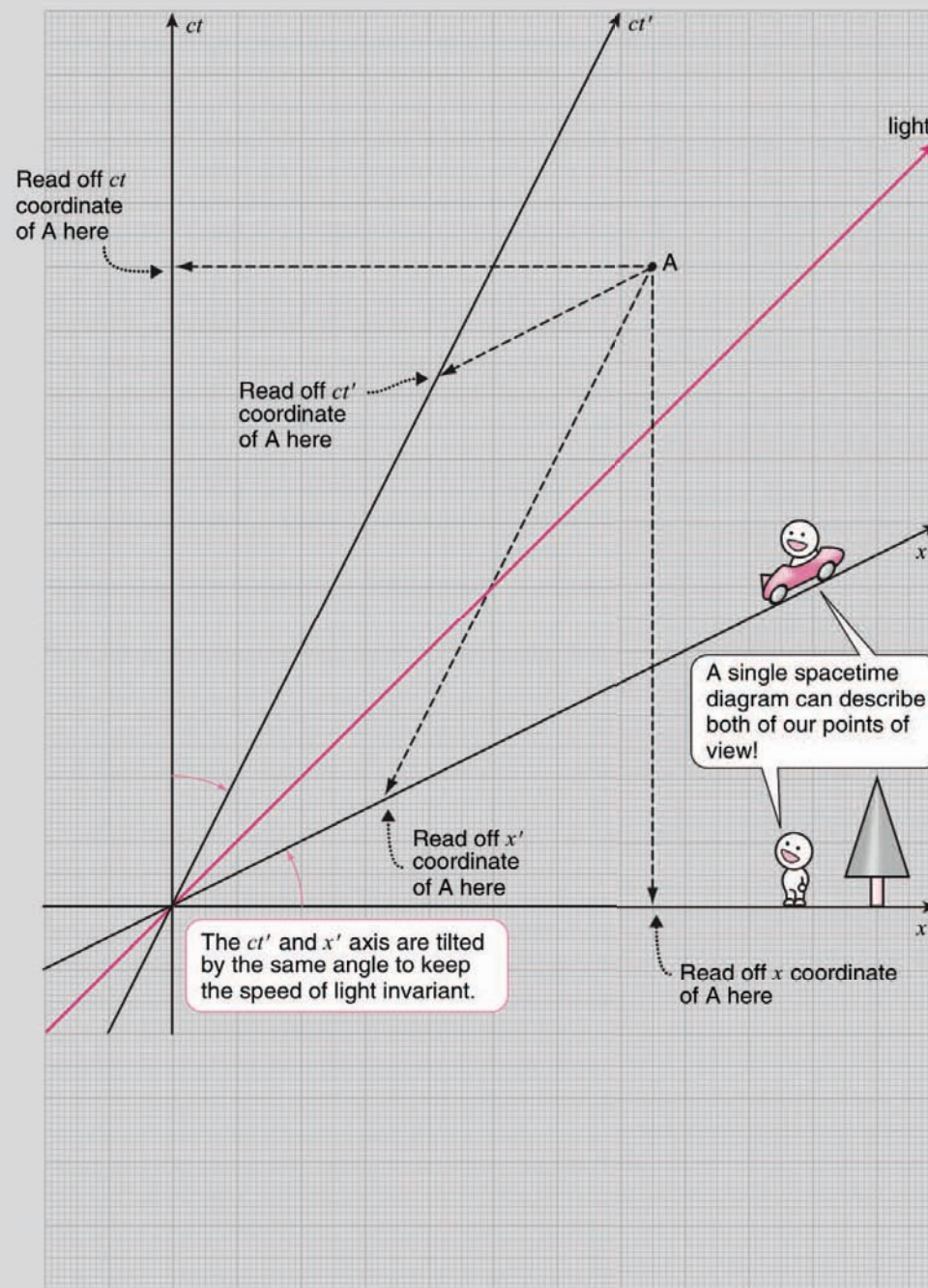
Dans l'espace-temps, le plus long chemin d'un point à un autre c'est la ligne droite

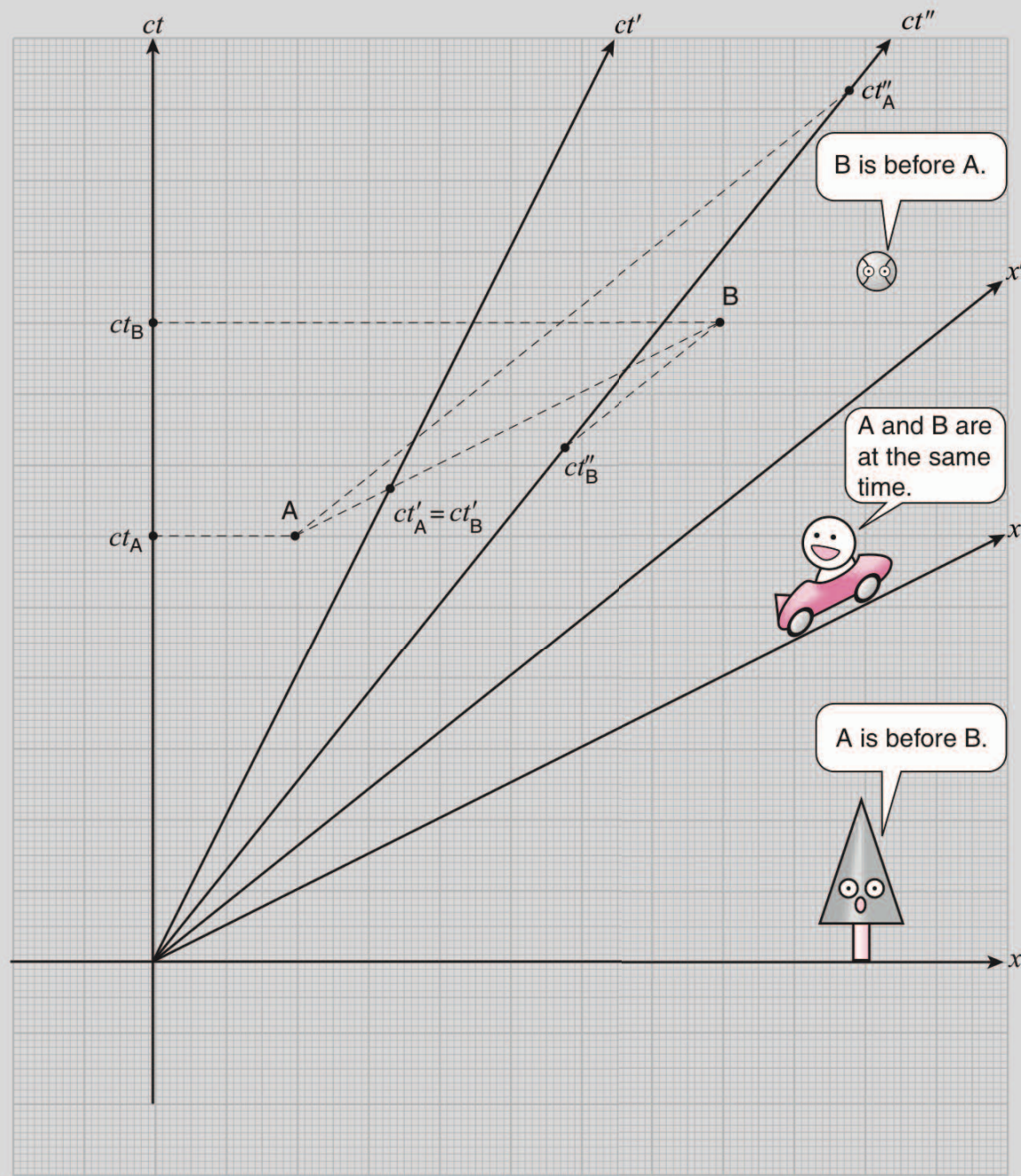
- le temps propre est à une ligne d'univers de la géométrie minkowskienne ce que la longueur est à un trajet de la géométrie euclidienne. Les lignes d'univers qui partent de O pour aller à A sont nombreuses. Par contre, le temps propre entre deux événements le long d'une ligne d'univers courbe est inférieur au temps propre entre les deux mêmes événements pris le long d'une ligne d'univers droite

Diagrammes d'espace-temps

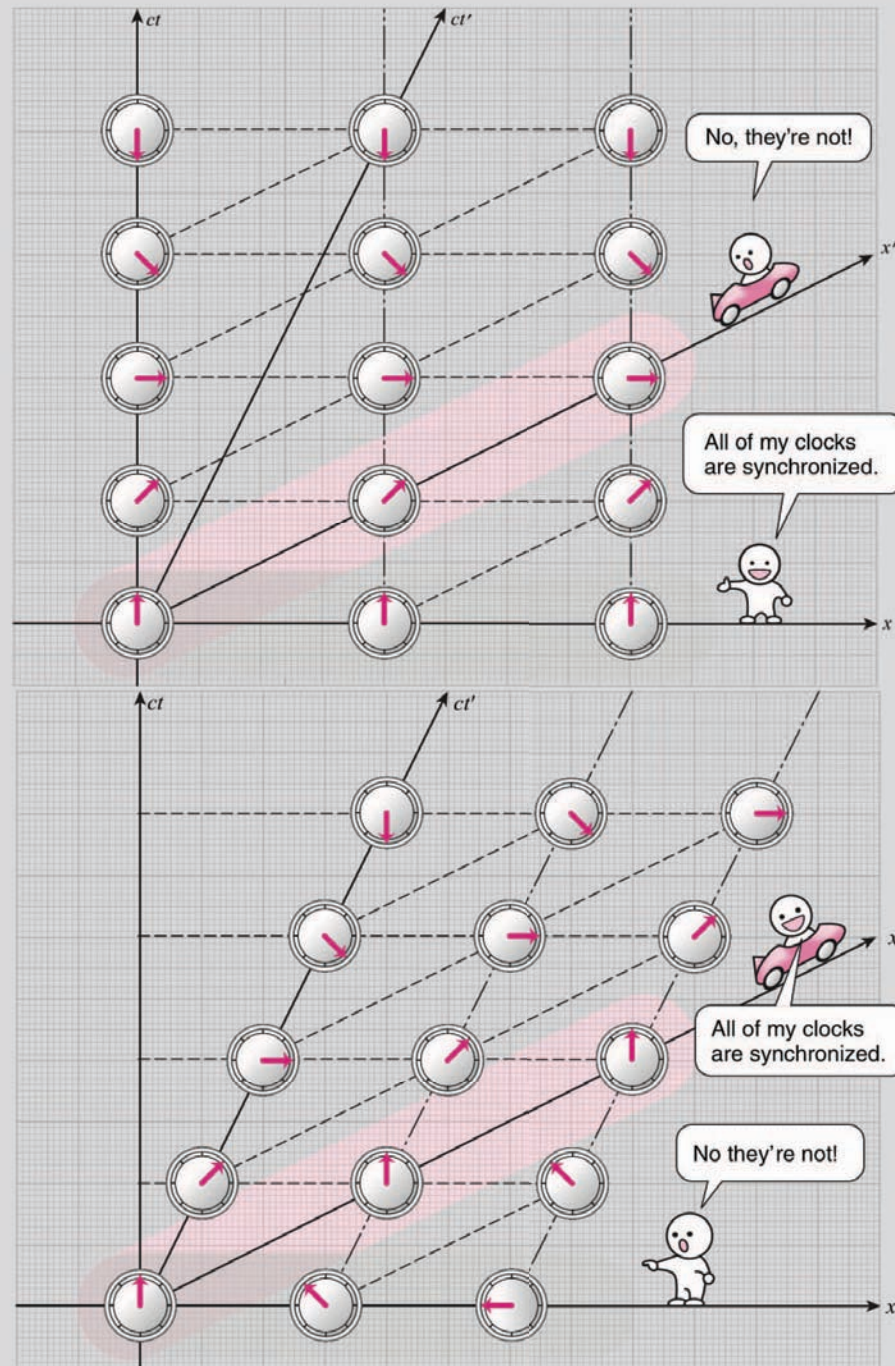
- D'après



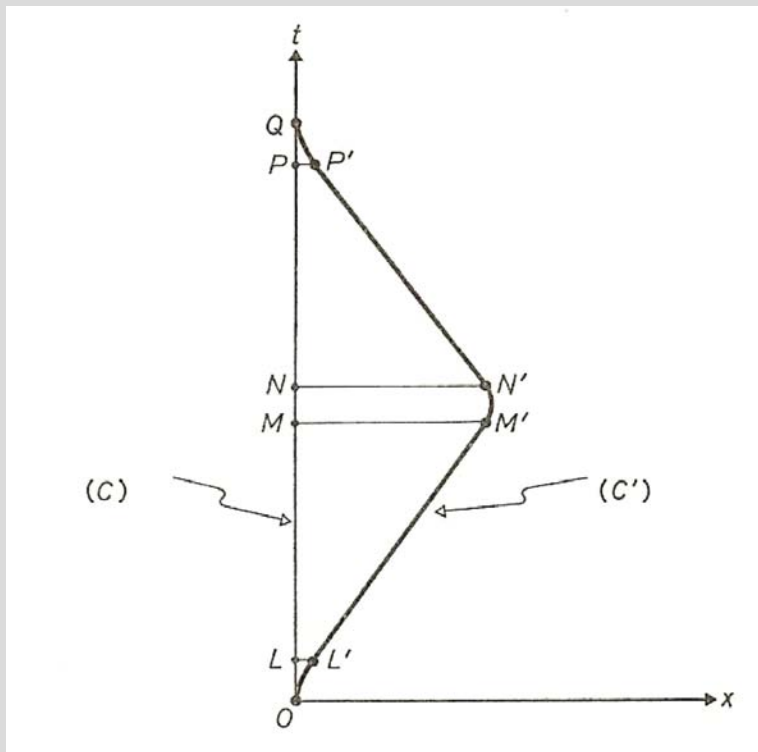




Relativité de la
simultanéité



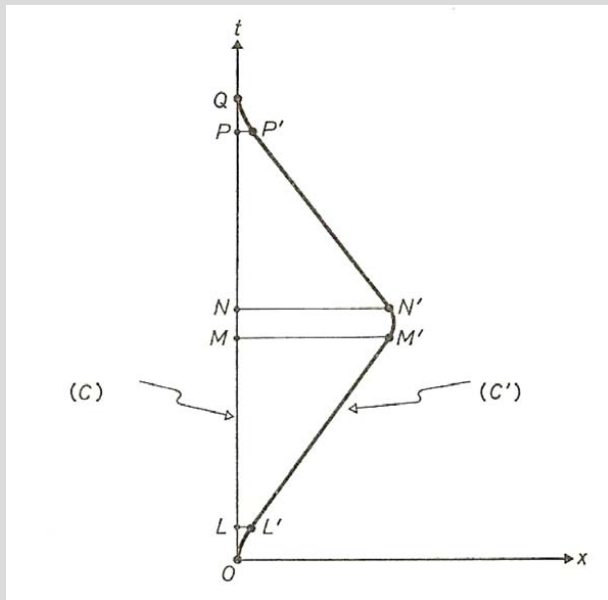
Le paradoxe



cf. Marder (1971)

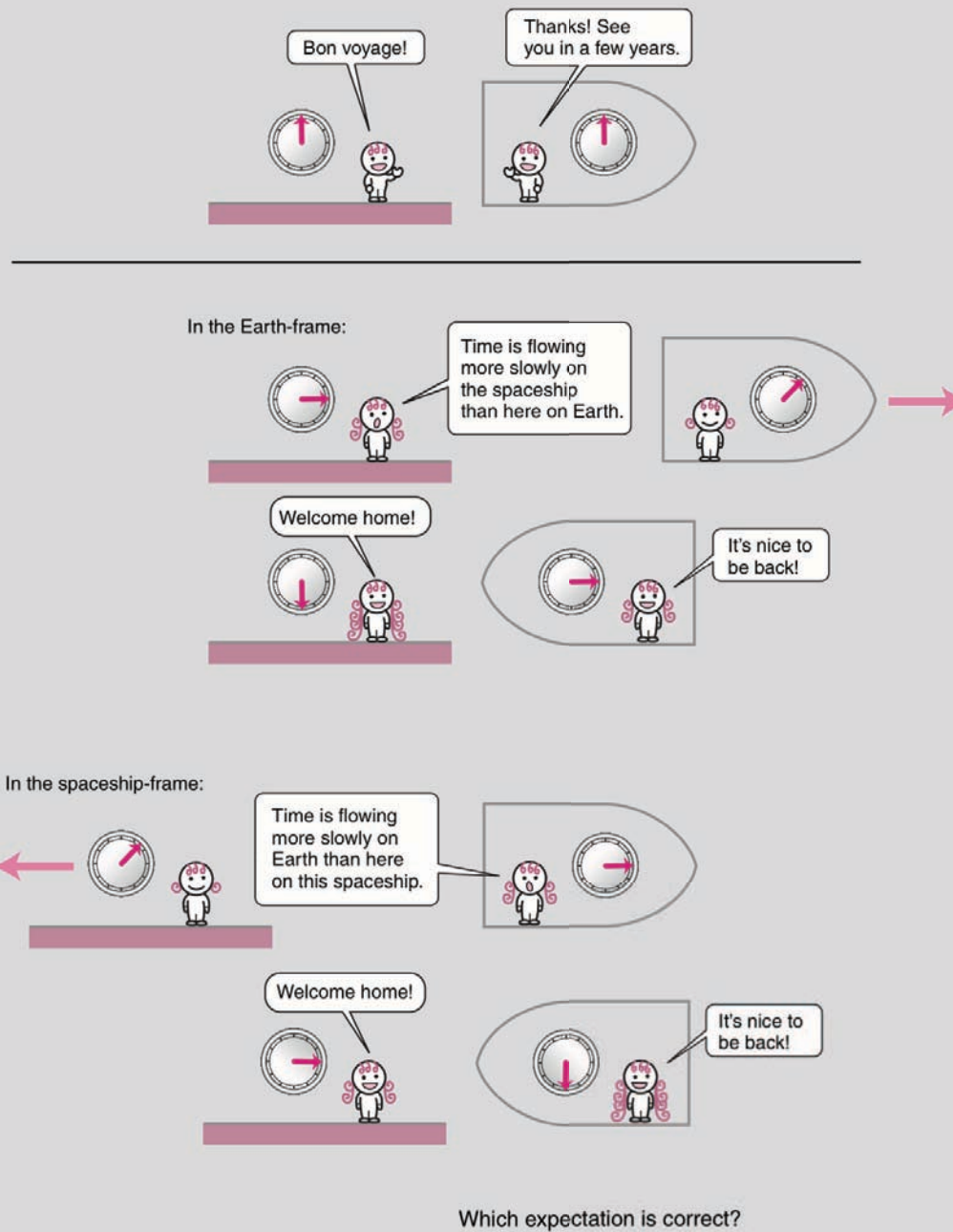
- Deux jumeaux : C et C'
- 5 étapes :
 - Accélération initiale : OL'
 - Mvt rect unif : $L'M'$
 - Rebroussement
 - Mvt rect unif : $N'P'$
 - Décélération : $P'Q$
- Les événements représentés par les points L , M , N et P sont simultanés, pour un observateur du référentiel R , avec les événements représentés par les points L' , M' , N' et P' .
- On suppose dans un premier temps que les périodes d'accélération, enregistrées aussi bien par C que par C' , sont négligeables au regard de l'ensemble du trajet. On comprend très bien cela en remarquant que la durée du voyage peut être étendue indéfiniment sans affecter aucunement les durées des accélérations.

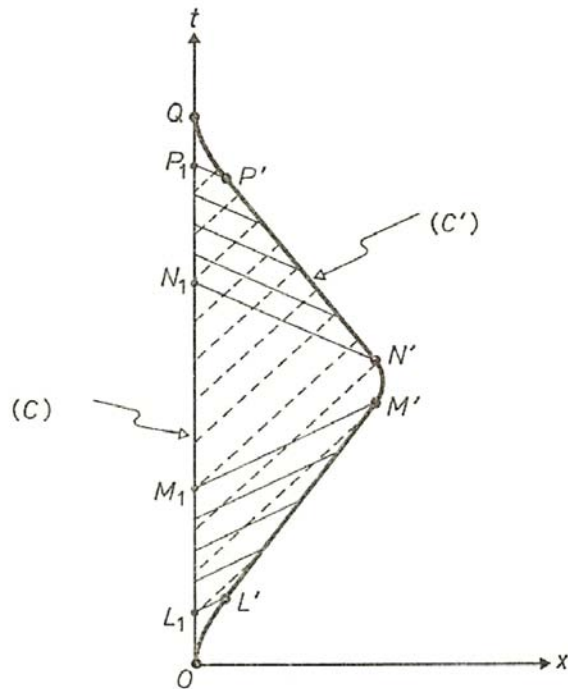
Le paradoxe



cf. Marder (1971)

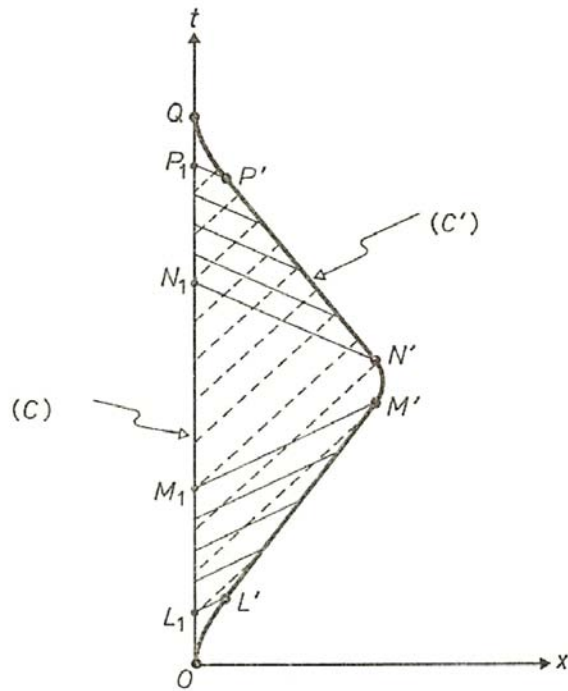
- Du point de vue de C, l'horloge C' enregistre un temps plus court le long de L'M' que C n'enregistre le long de LM. De même, C' enregistre un temps plus court le long de N'P' que C n'enregistre le long de NP. En combinant ces deux résultats et pourvu que les temps d'accélération soient négligeables, on peut conclure que du point de vue de C, C' a enregistré un temps plus court que C durant le voyage.
- Mais si l'on remarque qu'à l'aller, C' est au repos dans un référentiel inertiel pour lequel la Terre est en mouvement, et que donc du point de vue des mesures de C', C « tourne au ralenti » par rapport à elle.
- Si de plus au retour C' est de nouveau au repos dans un référentiel inertiel dans lequel la Terre est en mouvement, alors on peut conclure qu'au terme du voyage, du point de vue des mesures de C', C a enregistré un temps plus court que C' entre les événements "départ" et "retour" de la fusée.
- Contradiction et paradoxe





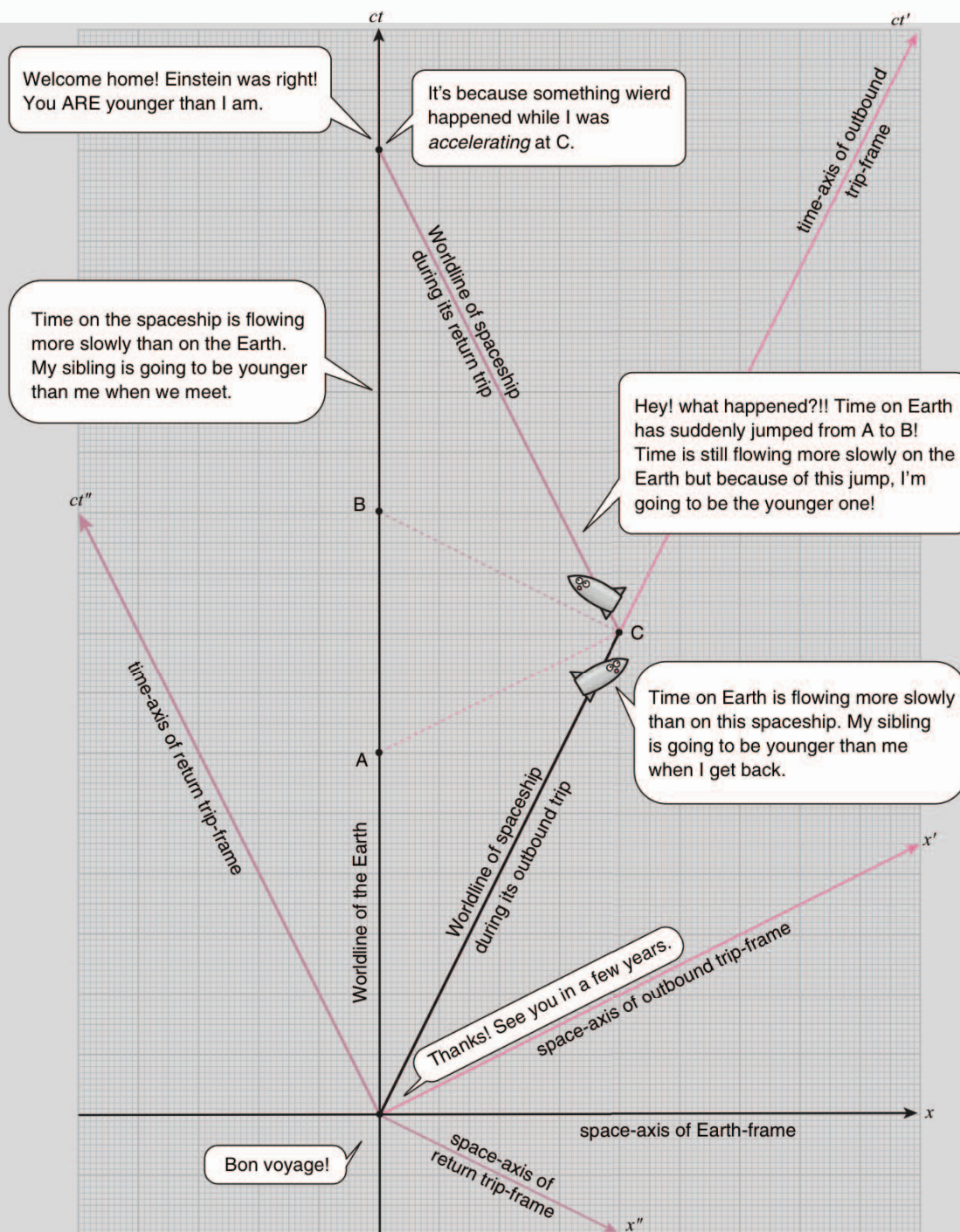
cf. Marder (1971)

- Le point clé qui permet de lever le paradoxe, consiste à remarquer que le critère de simultanéité n'est pas le même pour C' à l'aller et au retour alors que C garde tout le long du voyage le même critère de simultanéité (cf. figure précédente).
- Dans la figure ci-contre, les lignes pleines constituent les lignes de simultanéité du voyageur.
 - L_1 et M_1 sont simultanés avec L' et M' dans le premier système de référence de la fusée
 - N_1 et P_1 sont simultanés avec N' et P' dans le deuxième système de référence de la fusée.
 - Du point de vue de C' , les durées L_1M_1 et N_1P_1 sont respectivement moins longues que les durées $L'M'$ et $N'P'$.
 - En aucun cas cela n'autorise à conclure que du point de vue de C' c'est l'horloge de C qui a enregistré le temps le plus bref entre les événements "départ" et "retour" de la fusée.
 - Cette proposition est fausse car elle omet de prendre en considération le temps de C entre M_1 et N_1 .

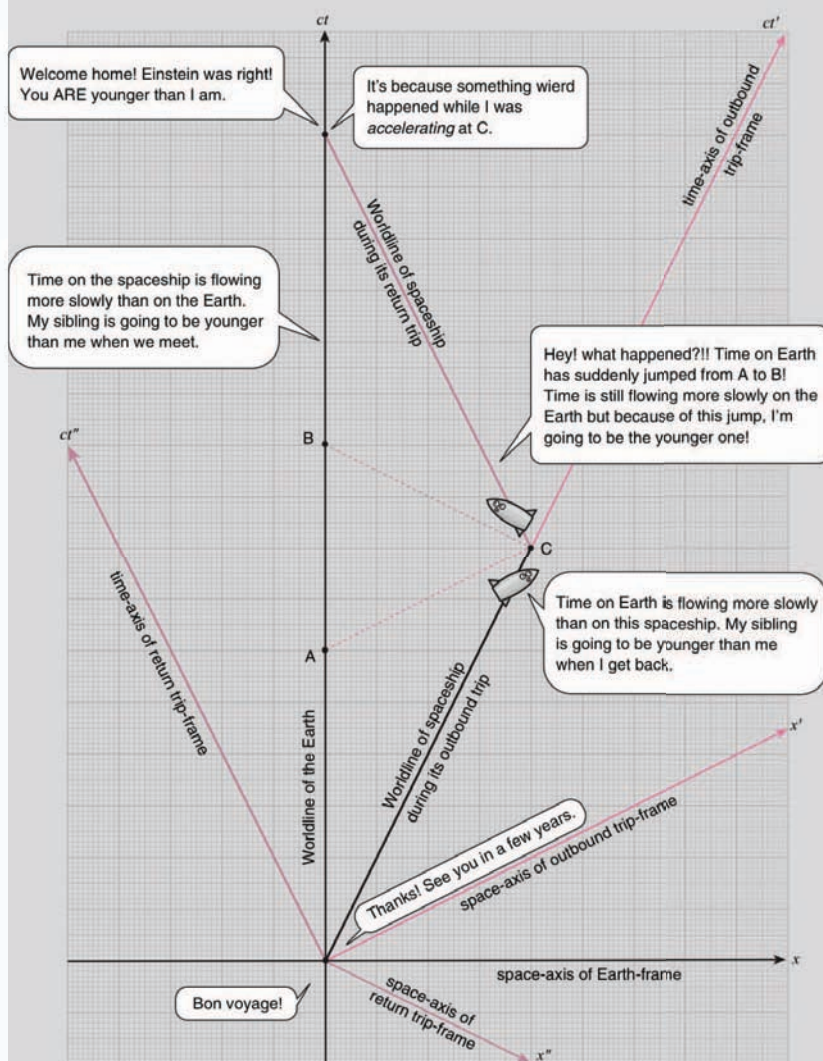


cf. Marder (1971)

- La prise en compte de cette durée permet de mettre les jumeaux d'accord. C'est bien le voyageur le plus jeune
- Remarque : la proposition qui consiste à affirmer que du point de vue de C, c'est C' qui enregistre le temps propre le plus court entre les événements "départ" et "retour" de la fusée reste entièrement vraie.



cf. Takeuchi (2010)



cf. Takeuchi (2010)

• On voit bien que les deux lignes d'univers n'ont pas la même longueur, ce qui explique la différence entre les deux temps propres.

• les horloges de S et V mesurent des intervalles d'espace-temps et puisque la ligne d'univers de V est plus grande que la ligne d'univers de S, c'est V qui enregistre le plus petit temps propre

• Puisqu'au point de $\frac{1}{2}$ tour, en raison du changement de son critère de simultanéité, le V se retrouve contemporain d'un S « soudainement » plus vieux, il semble légitime de conclure que c'est – localement – au point de rebroussement, que le S est devenu plus vieux.

• Did something wierd happen at C ?

Did something wierd happen at C ?

- NO !
- 1. Considérer **qu'un vieillissement** précoce a affecté le V au point C, c'est donner une signification physique à ce qui n'en a pas. En effet, en C, il y a un changement du critère de simultanéité du V mais cela n'a pas de signification physique puisque la simultanéité est définie de façon conventionnelle.
 - La question « pourquoi y-a-il un changement du critère de simultanéité ? » n'a pas de sens.

- 2. Au terme du voyage, l'horloge de V marquera un retard de $2T(1 - \frac{1}{\gamma})$ sur l'horloge de S. T est la durée du voyage aller - ou retour - mesurée par S. Autrement dit, la quantité de retard peut être aussi grande que l'on veut du moment que T croît. La différence d'âge n'est pas proportionnelle à l'accélération.
- Oui mais ! Comment peut-on supposer les accélérations négligeables et les invoquer pour établir l'asymétrie ?
- Par ailleurs, comment se fait-il que l'accélération soit responsable de l'asymétrie et qu'en même temps elle n'apparaisse pas dans la différence d'âge entre les deux protagonistes ? Si l'accélération est la cause, comment se fait-il que l'effet ne soit proportionnel qu'à T ?
- Pour paraphraser Bondi la différence d'âge is indeed due to the curve mais why does it not lie in the curve ?

- Absence de signification physique du changement du critère de simultanéité
- La différence n'est pas proportionnelle à l'accélération
- Deux arguments qui semblent dire qu'il est faux de s'imaginer que quelque chose de bizarre se passe au point de rebroussement mais deux arguments qui peinent à convaincre.

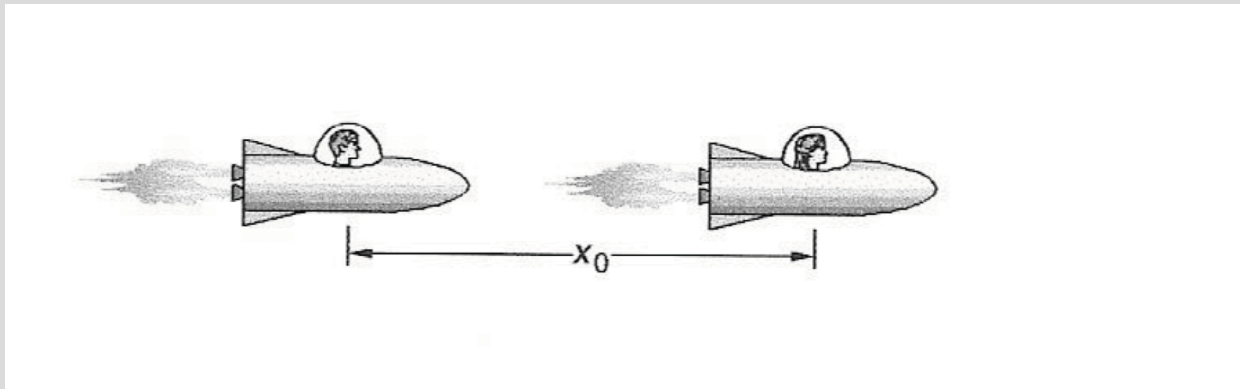
- Se demander où se produit la différence d'âge c'est supposer :
 - Qu'il existe une asymétrie locale au cœur du (pseudo) paradoxe des jumeaux
 - Qu'il est possible de localiser en un point précis d'une ligne d'univers - en l'occurrence au point de rebroussement - la différence d'âge entre les deux jumeaux
- Ces questions sont dénuées de sens.

Accélération et asymétrie

- L'accélération du jumeau voyageur le distingue du sédentaire. Est-elle pour autant la cause de la différence d'âge ?
- Non. Pour se persuader du contraire, peut-on imaginer une version du voyageur de Langevin :
 - Avec accélération et sans différence d'âge ?
 - Sans accélération et avec différence d'âge ?
- Sans accélération, les jumeaux peuvent-ils à nouveau se rencontrer et comparer dans un même référentiel leurs vieillissement respectifs ? Oui ! Dans un espace-temps cylindrique ! Cf. Jean-Pierre Luminet demain. Et le résultat est le même que dans une version standard !

Boughn (1989)

- Boughn imagine deux jumeaux Dick et Jane, ie deux horloges naturellement synchronisées. Chacun des deux embarque dans une fusée. On suppose les fusées strictement identiques et contenant la même quantité d'essence. La fusée de Jane est initialement positionnée à une distance x_0 à la droite de la fusée de Dick, comme indiqué ci-dessous :



- Au début de cette expérience de pensée, les jumeaux sont au repos dans le référentiel de la terre et au temps $t = 0$, ils accélèrent vers la droite, le long de l'axe des x .
- Plus d'essence : les jumeaux sont au repos dans un référentiel S' en mouvement rectiligne et uniforme par rapport au référentiel S de la terre.
- La vitesse finale de Jane est identique à celle de Dick et se confond avec la vitesse v du référentiel S' . Au terme de leur accélération identique, Jane et Dick sont donc de nouveau dans un référentiel inertiel.
- Les coordonnées de Jane et Dick sont repérées par les couples (x_j, t_j) et (x_d, t_d) dans le référentiel S et (x'_j, t'_j) et (x'_d, t'_d) dans S' . On applique les trans de Lorentz qui permettent de comparer âges et longueurs dans les deux systèmes de référence :

$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$t' = \gamma(t - vx/c^2)$$

Ce qui donne :

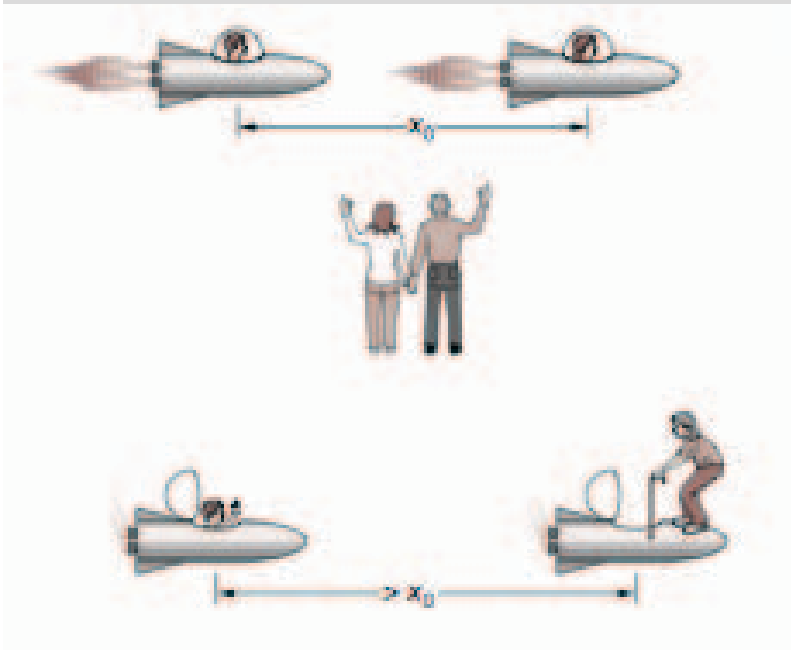
$$t'_d = \gamma(t_d - vx_d/c^2) \quad \text{et} \quad t'_j = \gamma(t_j - vx_j/c^2)$$

c'est-à-dire :

$$t'_d - t'_j = \gamma \left[(t_d - t_j) - v \frac{(x_d - x_j)}{c^2} \right]$$

Or du point de vue de S, $t_d - t_j = 0^{55}$ et $x_d - x_j = -x_0$. On a donc :

$$t'_d - t'_j = \gamma vx_0 / c^2$$

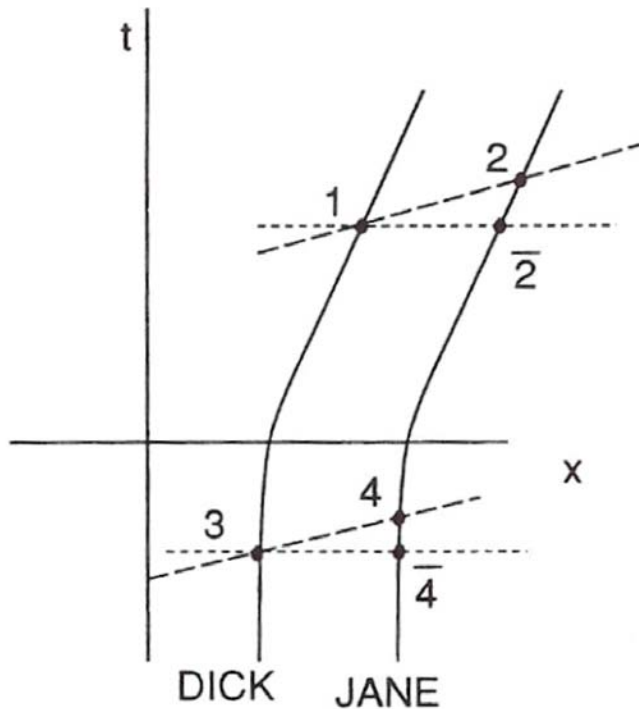


- Si l'on considère, du point de vue de S, que la fin de la période accélérée coïncide avec l'anniversaire des jumeaux, l'équation

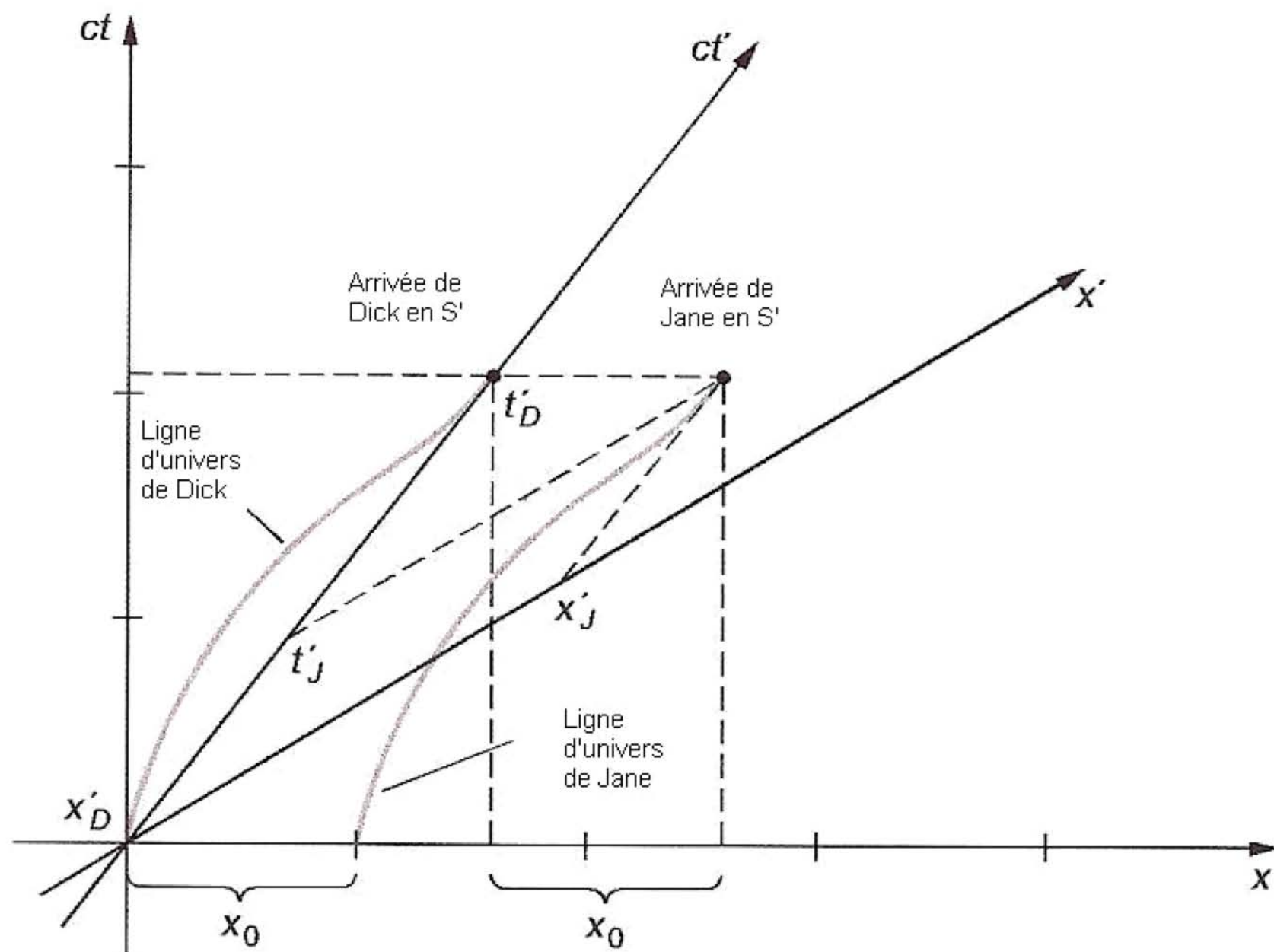
$$t'_d - t'_j = \gamma v x_0 / c^2$$

- signifie que, bien que les anniversaires soient simultanés dans S, ils ne le sont pas dans S'. Jane est plus âgée que Dick, son anniversaire a lieu γx_0 avant celui de Dick.
- Par ailleurs, dans S' la distance entre les deux n'est plus de x_0 mais supérieure.

- Ce qui est simultané pour S (1 et $\bar{2}$) ne l'est pas pour S' :
- L'anniversaire des jumeaux dans S ne l'est pas dans S' : Jane (2) est plus âgée que Dick (1).



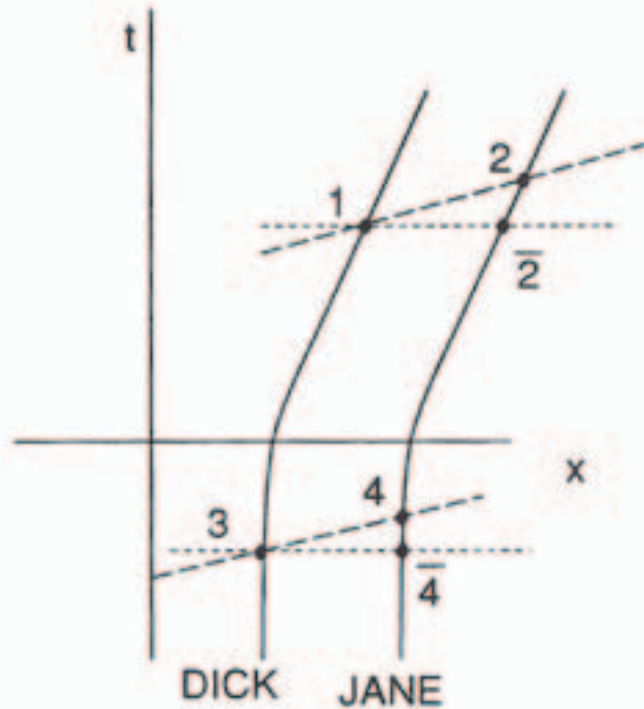
Price&Gruber (1996)



- Au temps $t = 0$ mesuré dans S , Jane est, dans le sens de l'accélération, à une distance x_0 de Dick. Bien qu'à cet instant leurs horloges soient synchronisées pour un observateur de S , elles ne le sont pas pour un observateur de S' . Pour ce dernier, elles sont désynchronisées d'une quantité $\gamma x_0 / c^2$
- qui n'est rien d'autre que la différence d'âge entre les jumeaux à leur arrivée en S'
- Boughn estime qu'à la racine du paradoxe des jumeaux, il y a le problème de la synchronisation des horloges. Deux horloges synchronisées et séparées par une distance propre x_0 dans un référentiel inertiel S sont désynchronisées d'une quantité $\gamma x_0 / c^2$
- pour un observateur d'un référentiel S' en mouvement rectiligne uniforme par rapport à S .
- Jane et Dick ont vécu d'identiques expériences locales (ils ont subi la même accélération pendant le même temps) mais pas d'identiques expériences globales (Jane était devant Dick).
- C'est cette asymétrie globale qui est au cœur du paradoxe des jumeaux.

Price&Gruber (1996)

- En résumé, sans tenir compte de certains détails un peu techniques
- Dans un commentaire de l'article de Boughn, Price et Gruber montrent que la question de la localisation à un endroit particulier d'une ligne d'univers de l'asymétrie temporelle entre les jumeaux n'a pas de sens.
- Soit O un observateur de S'. Un oncle ?
- Le voyage des jumeaux du point de vue de l'oncle.
 - Le départ simultané de Jane et Dick dans le référentiel S de la terre n'est pas simultané dans le référentiel S' de O. L'oncle ne sera donc pas surpris de la différence d'âge à leur arrivée en S



- Le diagramme indique que des événements simultanés pour S ne le sont pas pour S' .
- Les événements 3 et $\bar{4}$ représentent dans S l'anniversaire *simultané* des jumeaux alors que dans S' , Jane est plus âgée que Dick.
- L'observateur O de S' va donc conclure que l'asymétrie temporelle entre les jumeaux a eu lieu *avant leur départ*.
- On voit qu'à la question de l'origine de la localisation de l'asymétrie temporelle entre les jumeaux, on peut d'un côté affirmer qu'elle a eu lieu avant le départ des jumeaux et d'un autre côté soutenir qu'elle a eu lieu pendant le voyage des jumeaux .
- La question de la localisation de l'asymétrie en un point précis d'une ligne d'univers est dénuée de sens.

Conclusion

- Il existe des versions du paradoxe sans accélérations
- Il ne faut pas accorder de signification physique au changement du critère de simultanéité
- Il faut qu'il y ait une asymétrie si l'on veut avoir une ligne d'univers plus longue qu'une autre mais cette asymétrie peut résulter d'autre chose que de l'accélération
- Ce qui reste, c'est le seul critère géométrique
- Contradiction avec le traitement du paradoxe en RG ?

Références

- Taylor&Wheeler
- Takeuchi
- Marder
- Boughn
- Price&Gruber
- Debds&Redhead